

# 難易を基準にした1桁たし算の教育課程

## A Plan of the Curriculum of Single-digit Addition Based on the Relative Difficulty of the Problem.

後 藤 聡

So GOTO

The mastery of basic fundamental knowledge and skills is emphasized in this new course of study. When teaching systematically learned courses like arithmetic, it is important to verify the pupil's thorough mastery of the basic knowledge and skills, or else the pupil will stumble in understanding higher math and find it difficult to catch up. This study offers a curriculum plan for teaching single-digit addition based upon a gradual mastery of simple to more difficult problem-solving based on the relative difficulty of the problem.

First, the researchers re-examined the results of previously conducted studies concerning the relative difficulty of the problem solving for pupils. Then, a new plan of curriculum based on the approach of relative difficulty of problem solving was designed in which pupils systematically learn arithmetic by a gradual mastery of simple to more difficult problem-solving. Finally, based on those new criteria, the problems contained in two textbooks were compared to see which problems would be most appropriate.

新しい学習指導要領では基礎的・基本的な知識・技能の習得が強調された。系統的な教科である算数では、つまずきからの回復が難しいため、積み重ねによる確実な習得が重要である。本研究では、問題の難易を基準とした1桁たし算の教育課程を試案した。

まず、筆者らの先行研究から難易に影響を与える要因を整理した。次に、それらを基準として易しい問題から難しい問題へと系統性を持たせた教育課程を作成した。その結果を基準に2社を例に教科書で扱う問題の是非について考察した。

Key words : single-digit addition (1桁たし算)  
curriculum (教育課程)  
difficulty (難易)  
arithmetic (算数)

## I. はじめに

新しい学習指導要領が2008年3月15日に告示された。教育課程の枠組みを定める学校教育法施行規則（省令）も改訂された。新しい教育課程と学習指導要領は、2009年度からの移行措置を経て2011年度から全面实施される。

これに先立ち2008年1月17日に出された中央教育審議会の答申では、学習指導要領の具体的なポイントが7点にまとめられている<sup>1)</sup>。その1つは「基礎的・基本的な知識・技能の習得」であり、「読み・書き・計算など基礎的・基本的な知識・技能は発達段階に応じて徹底して習得させ、学習の基盤を構築することを重視している。」とされた<sup>2)</sup>。これに基づき、新しい小学校学習指導要領第1章総則第1教育課程編成の一般方針の1でも「(前略)基礎的・基本的な知識及び技能を確実に習得させ(後略)」<sup>3)</sup>と示された。

一方、今回の学習指導要領の改訂は、教育基本法や学校教育法などの上位法の改正にともなう行われたことが特色である。学校教育法第30条2項で「前項の場合においては、生涯にわたり学習する基盤が培われるよう、基礎的な知識及び技能を習得させるとともに、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力をはぐくみ、主体的に学習に取り組む態度を養うことに、特に意を用いなければならない。」と学力および学習指導の在り方が示され、この中に先の事項が含まれている。

これらを受けて工藤は、「基礎的・基本的な知識・技術と思考力・判断力・表現力の育成」が今回の改訂における学力観の中心であると指摘する<sup>4)</sup>。さらに、指導計画の作成にあたって配慮すべき重要なことの1つを、「基礎的・基本的な知識・技術を確実に習得させるための方策を明確にすること」、例えば「繰り返し指導や個に応じた指導方法が想定される。」とした<sup>5)</sup>。

この考え方は算数において一層重要視していると考えられる。先の中央教育審議会の答申においても、小学校算数の改善点について「(前略)基礎的・基本的な知識・技術を確実に定着させる(後略)」<sup>6)</sup>と指摘されている。これを受けた形で「基礎的・基本的な知識及び技術」の表現は、総則に加えて小学校学習指導要領第2章第3節算数第1

の「目標」、及び第3の「指導計画の作成と内容の取扱い」の1(3)に再度示されている<sup>7)8)</sup>。草野<sup>9)</sup>、廣田<sup>10)</sup>はこの点を改善のポイントや基本方針の1つとして取り上げ、さらに「算数・数学の内容の系統性を重視」と述べている。

中野<sup>11)</sup>によれば「算数は系統的な教科」であり、それゆえに「一度つまずいたら中々立ち戻れない」とされる。一方、貝塚は「教育課程の研究とは、『学校で何を、いつ、どのような順序で教え、学ぶのか』という問題にかかわる教育学の実践的な研究である」<sup>12)</sup>としている。ここでは「系統」を「ある原理・法則によって順序だてた統一のあるもの。」<sup>13)</sup>の意味に解すと、学習指導要領改訂の要点である「基礎的・基本的な知識及び技術を確実に習得」させるため、「何を、どのような順序で」の問題に取り組む教育課程の研究は、算数こそがより重要となる教科であろう。Gagnéは前提技能の欠如が計算を間違えさせると指摘しているが<sup>14)</sup>、計算が前提技能を利用した系統性を有する操作であるという見解に基づいているからである。

本研究では、1桁+1桁のたし算（以下、1桁たし算と称する。）について、筆者らがこれまで明らかにしてきた難易に影響を与える要因を基準とし、その原則にしたがって子どもに問題を提示できる系統的な教育課程を試案する。これにより、先の指摘にあったように、個にとっての難易に応じた指導や同程度の難しさの問題の繰り返し指導も可能になる。1桁たし算を選択した理由は、算数の最初に学習する最も基本的な演算であり、積み重ねにより学習が展開する性質上、つまずきがその後の学習に最も悪影響を及ぼすと言っても過言ではないため、先決の課題と考えたからである。さらに、その結果に基づいて、現行教科書（2010年度版）の問題の取り扱い方の是非について、2社を例に考察する。小学校で使用している教科書で難易が配慮されているかを窺うことができる。

## II. 1桁たし算の難易

後藤らによる1桁たし算の難易に影響する要因の中で、本研究で提案する教育課程と関係するのは以下のとおりである。彼らは、問題の難易の指標として反応時間（問題を提示してから回答までに要した時間）を用いて分析し、反応時間が大きいほど難しい問題とした。

1. 全問題

1) 繰り上がりの有無

後藤<sup>15)</sup>による77名を対象とした1桁たし算全100問の反応時間の平均値は、繰り上がりのない問題が2.354sec、ある問題が4.328secで、平均値の差の検定結果は1%水準で有意であった。図1は答別の反応時間の平均値であり、答が11以上になる問題から反応時間は急に大きくなっていることが理解できる<sup>16)</sup>。これより、繰り上がりのある問題の方が無い問題よりも難しいことが理解できる。

2) 数の大きさや性質

後藤<sup>17)</sup>、河井・後藤<sup>18)</sup>では加数、被加数、答の値、被加数－加数の絶対値などと反応時間の間に関連のあること、5、加数と被加数が同数（以下、同数と称する。）などの特異性の存在が示された。これらについては、繰り上がりの有無を別にして以下でより詳細に示す。

2. 繰り上がりが無い問題

1) 数の大きさ

後藤<sup>19)</sup>は加数または被加数、その組み合わせとして加数と被加数の小さい方の値（以下、最小値と称する。）、答の値の関数として一次回帰式を当てはめ反応時間の傾向を分析したところ、加数と反応時間における相関係数.75、回帰係数.37、被加数と反応時間における相関係数.72、回帰係数.35、最小値と反応時間における相関係数.77、回帰係数.40、答の値と反応時間における相関係数.54、回帰係数.14を得た。正相関であるにもかかわらず、加数、被加数の反応時間の平均値を示す図2・3では、5を除き中程度の数が最も反応時間を大きくしている<sup>20)</sup>。この現象は、繰り上がりのない問題の答が9以下に限定されるため、加数や被加数が5以上になると他方の数はそれよりも小さい数に限定されるからであろう。加数や被加数が大きくなると反応時間も大きくなる関係を組み合わせて、図4が示す通り最小値が大きくなるにつれて反応時間も大きくなり、したがって難しくなると考えることができる。また、答の値も大きくなるにつれて難しくなる。

2) 特異数5

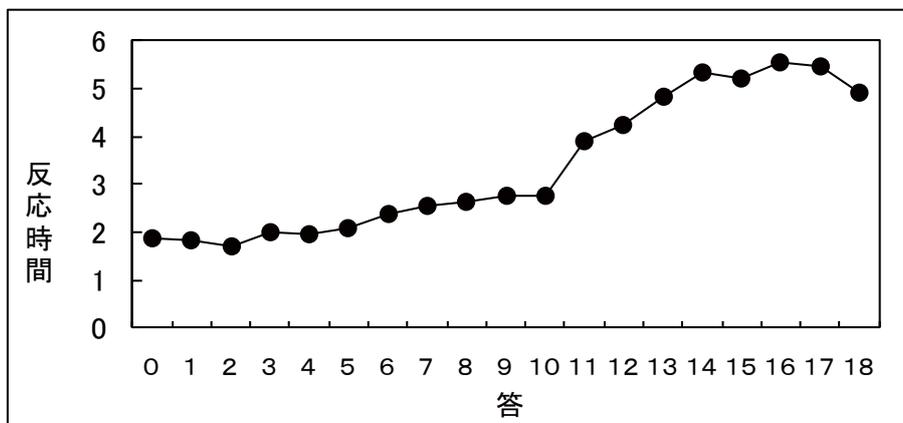


図1. 答別の反応時間の平均値(sec)

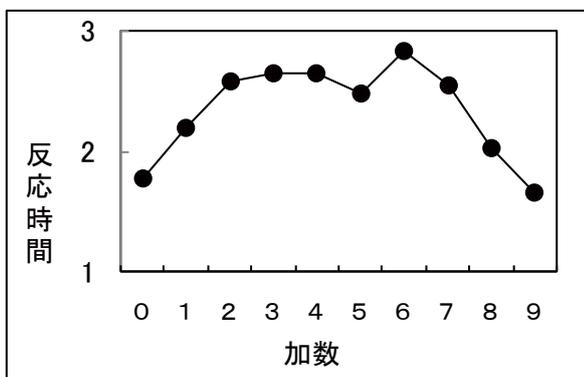


図2. 加数別の反応時間の平均値(sec)  
(繰り上がりが無い問題)

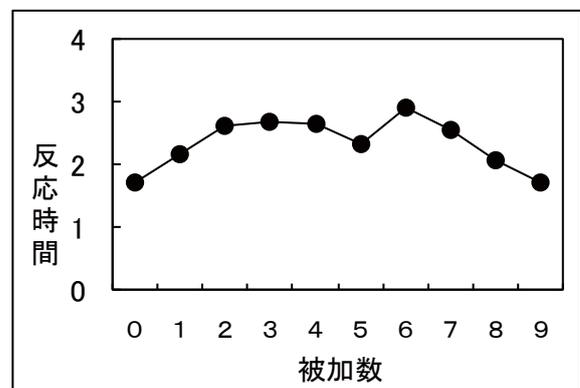


図3. 被加数別の反応時間の平均値(sec)  
(繰り上がりが無い問題)

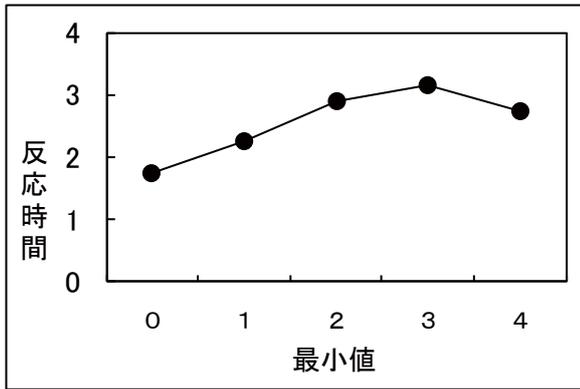


図4. 最小値別の反応時間の平均値(sec)  
(繰り上がりがない問題)

最小値の結果は min model (ミンモデル)<sup>21)22)23)</sup>を支持しているが、図4の最小値4だけは例外的に2、3より反応時間は小さい点が矛盾する。この場合のもう一方の加数、または被加数は4または5に限定される。上記の通り加数と被加数が同数4の影響の他、図2・3より、加数または被加数5だけが分布に反して反応時間が小さいことから、栗山・吉田<sup>24)</sup>の数唱課題を使った結果と同様、5が特異な数になっており、易しい要因となっているのであろう。

### 3. 繰り上がりがある問題

#### 1) 数の大きさ

後藤<sup>25)</sup>は最小値と反応時間における相関係数.79、回帰係数.46、答の値と反応時間における相関係数.76、回帰係数.39を得た。また、後藤<sup>26)</sup>による加数・被加数・最小値別反応時間の平均値を図5～7に示した。これらより加数、被加数、最小値、答の値の大きい問題の方が難しい傾向がうかがえる。

#### 2) 特異数5

図5～7より、上記と同様に5は易しい要因になっている。

#### 3) 10の補数関係 (特異数10)

図1から答が10になる問題は繰り上がりがある他の問題と比較して際立って反応時間が小さく、易しいことが理解できる<sup>27)</sup>。10が特異な機能を果たしているというのは、数唱課題などを用いた結果と一致している<sup>28)29)</sup>。

#### 4) 9の扱い

加数、被加数では9が最も大きい数にも関わらず6～8よりも反応時間が小さくそれらより易しい問題になっている。これは1)と矛盾する。最

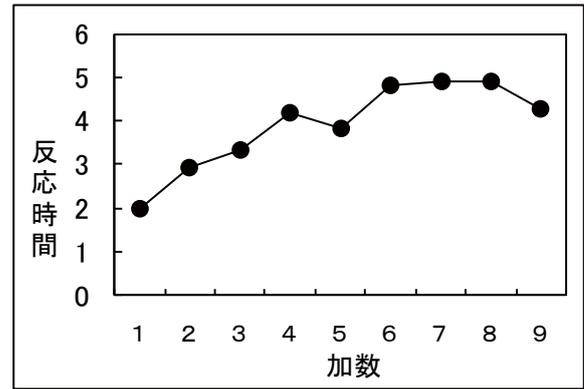


図5. 加数別の反応時間の平均値(sec)  
(繰り上がりがある問題)

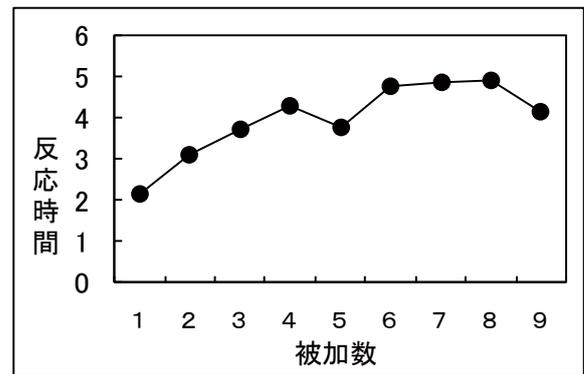


図6. 被加数別の反応時間の平均値(sec)  
(繰り上がりがある問題)

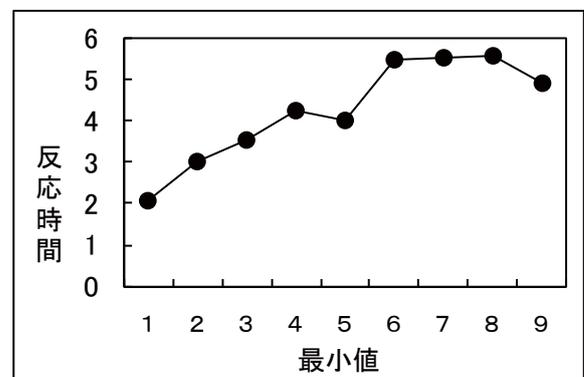


図7. 最小値別の反応時間の平均値(sec)  
(繰り上がりがある問題)

小値が9の問題は9 + 9に限定されることから同数による影響であろう。加数または被加数が9の場合は次のように考えられる。

小学校学習指導要領解説算数編において、繰り上がりのある1桁たし算の計算方法として、「8 + 7を例に「7を2と5に分ける。8に2をたして10。この10と5で15になる。」、「8を5と3に分ける。3と7をたして10。この10と5で15になる。」のように説明している<sup>30)</sup>。前者は加数分解、後者

は被加数分解といわれている<sup>31)</sup>。

上記の加数分解を用いる場合の計算過程を順に示すと、

- (1) 被加数 8 における 10 の補数関係を考えて 2 を見出す ( $10 - 8 = 2$ )
- (2) 加数 7 を 2 と 5 に分解する ( $7 - 2 = 5$ )。
- (3) 8 に 2 をたして 10 とする ( $8 + 2 = 10$ )。
- (4) 10 と分解した残りの 5 をたして答 15 を得る ( $10 + 5 = 15$ )。

となる。(1)では被加数を減数に見立てた「10-減数」のひき算が行われる。後藤<sup>32)</sup>によると減数が大きい問題は反応時間が小さく、それを含む加数分解が易しくなり、よって被加数 9 の問題は易しくなる。

加数 9 の問題で被加数分解を行う場合も同様である。

### Ⅲ. 1 桁たし算の教育課程

上記の難易は学習が終了した子どもを対象として得た結果であるため、例えば 0 の扱いのように初めて学習する子どもにそのまま当てはめるのは少々乱暴と思える。その点に配慮しつつたし算操作の発達過程を加味しながら、難易を基準に系統性を持たせた学習を展開する教育課程として、以下の原則を提案する。

#### 1. 繰り上がりのない問題からある問題へ

繰り上がりのない問題の方が易しいのは上記の通りであるため、先に学習することが原則となる。小学校学習指導要領解説算数編においても、「1 位数と 1 位数の加法とその逆の減法については、和が 10 以下の加法及びその逆の減法と、和が 10 より大きい数になる加法及び減法に分けて考える。」と示されている<sup>33)</sup>。上記した加数分解、被加数分解では、繰り下がりのないひき算と繰り上がりのない 1 桁たし算が含まれるため、両者の学習終了後に位置付ける必要があることは、計算のアルゴリズムからも当然である。

#### 2. 繰り上がりがない問題

上記のような繰り上がりの有無による 2 大別だけでは、大雑把すぎて多様な難しさに直面する子どもへ対応できるか否かは疑問である。ここでは、数の違いによる問題の扱いを詳細に以下の通り示

す。

- 1) まずは答の値が 5 以下の範囲とする。

答の値を大きくすると、加数、被加数、最小値の何れとも連動するため、上記した数の大きさの要素全てにおいて難しくさせることになる。よって、まずは答の大きさを制限して、易しさを維持した方がよい。5 は特異数として扱いが易しい数であるため、それを 1 つの区切りとする。

- 2) 「被加数 > 加数」から始める。

上記では、加数、被加数が大きくなると 1 桁たし算は難しくなると結論づけた。子どもの教育課程においてこれらの何れを優先すべきであろうか。河井・後藤<sup>34)</sup>の学習治療における縦断的研究によると、子どもは次の発達過程を経てたし算の操作を習得する。実際には、それらの間に細かな移行段階を区別することができるが、その議論をここでは省略する。

- (1) 全てを数える段階：被加数、加数を順に全て数えることによって答に導く。例えば、 $3 + 2$  は  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$  と数えて答 5 を得る。
- (2) 数えたし<sup>35)</sup>の段階：被加数をセットし、加数だけを数えて答を導く。例えば、 $3 + 2$  はまず被加数 3 をセットし、 $3 \cdot 4 \cdot 5$  と数えて答 5 を得る。
- (3) 加数と被加数をまとめて操作する段階：加数と被加数を入れ替えて数える、加数か被加数かに関係なく数の組み合わせとして記憶するなど。

(1)の子どもにとっては、問題に含まれる 2 つの数を全て数えるため、加数、被加数の何れが大きくても変化はない。(2)の子どもにとっては加数を数えるためその大きさが難易に影響する。この段階の子どもでは、被加数や最小値よりも加数の大きさを優先して配慮しなければならない、実際に数える加数は被加数よりも小さい方が数える回数は少なくそれだけ易しくなる。

- 3) 加数を 1 から始めて徐々に大きくする。

被加数との大きさの比較だけでなく、加数は少しでも小さい方が易くなるので 1 から始めた方がよい。2) の(1)～(3)何れの段階においても、被加数が同一であれば加数はできるだけ小さい方が数える回数が少なくなるからである。

また、たし算のねらいとして「計算の意味を理解し、その計算の仕方を考えて説明ができるようにし」<sup>36)</sup>とあり、たし算の意味として「追加したり、それから増加したりしたときの大きさ」、「合わせ

たときの大きさ<sup>37)</sup>と示されている。教科書の初出問題における説明でも、「ふえる」<sup>38)</sup>、「あわせる」<sup>39)</sup>という言葉が実際に用いられ、たし算の意味を理解させようとする意図が見られる。1桁たし算学習の初期では意味理解を目指すのが後続の問題を解くために必然であろうし、この目的に立つなら、それ以外の要素である加数や被加数はできるだけ小さく易しい数の方がその大きさによる弊害を受けにくく、意味理解を促進しやすいと考える。

4) 被加数を1から始めて徐々に大きくする。

2)の(1)・(3)の子どもにおいては、加数が同一であれば被加数はできるだけ小さい方が易しく1から始めるのが望ましい。また、上記の通り、たし算の意味理解の点からも妥当と考える。

5)「被加数>加数」の加数を大きくするにつれて徐々に「加数>被加数」を導入する。

数えたしをする子どもにとっては加数の大きさに難易は影響されるが、それに終始するだけでは不十分である。2)の(3)の段階への移行は子どもによって個人差はあるが、それにより最小値を数える方法を身につけると難易は最小値に依存するため、「被加数>加数」と「加数>被加数」を入れ替えながら学習を進めても弊害はなくなるであろう。

6) 同様の条件で答が9以下の範囲に拡大する。

その際は、特異数5や同数が易しい要因となるため、結果として4+3、3+4が最も難しいことを配慮する必要がある。

7) 0を含む問題は最後に扱う。

図1~4の他、1桁たし算で0を含む問題が易しい傾向を示している<sup>40)41)</sup>。全く数える必要がないためであろう。しかし、それはすでに学習を終え、0は何も存在しないという意味を理解した子どもを対象としたものである。上記で示した「追加、増加」、「合わせる」というたし算の意味理解も学習する初期段階において、0を含む問題の操作は何も存在しないものを「追加する」、「合わせる」という特殊な性質をもち、実際に追加する、合わせる、数える他の問題の学習との間で混乱する可能性があると思える。よって、上記の結果とは異なり、繰り上がりが無い他のたし算の学習後、最後部で扱った方が無難と考える。

### 3. 繰り上がりがある問題

1) まずは答10の問題から始める。

答10は答が2桁になるという意味で繰り上がるが、加数分解などが不要なため計算操作は繰り上がりがない問題と同様であり、連続して学習した方がよい。

2)「被加数>加数」から始める。

加数、被加数の小さい問題の方が易しい傾向を示した。加数と被加数とをともに小さくしていくと二重の要因でより易しくなっていくが、やがて繰り上がりが発生しなくなるのでそれには限界がある。繰り上がりがある問題では、最小の答の値が10である。この範囲内で加数を小さくして易くしていくと被加数を大きくして難しくしなければならない。逆も同様である。この矛盾に対しては、以下のように加数分解と被加数分解とを区別して考えた方がよい。

通常教科書での指導では被加数分解より加数分解が先行する<sup>42)43)</sup>。II・3・4)における計算過程(2)では、加数を被減数に見立てたひき算が発生する。後藤<sup>44)</sup>によれば、Groen & Parkmanの言うproblem size effect(問題のサイズ効果)<sup>45)</sup>の影響により繰り下がりのないひき算では被減数が大きくなるほど難しくなる傾向がある。この点を配慮すると、加数分解を行う際の加数は小さい方が易しいことになる。また、被加数が大きいと易しくなることも示した。これらより、加数分解を用いる場合は、被加数より加数の小さい問題の方が易しいことになるため、それを優先した方がよい。

3) 加数2から始めて徐々に大きくする。

被加数との大きさの比較だけではなく、加数は少しでも小さい方が加数分解の際の被減数として見立てたときに易くなるため、繰り上がりがある1桁たし算での最少となる加数2から始めた方がよい。

4) 被加数分解の導入と同時に「加数>被加数」を始める。

被加数分解では加数と被加数の関係が入れ替わる他は、2)の計算過程と同様である。よって、被加数分解では加数より被加数の小さい問題の方が易しいことになるため、それを優先した方がよい。

5) 被加数分解の学習では被加数2から始めて徐々に大きくする。

加数との大きさの比較だけでなく、被加数は少

しでも小さい方が被加数分解の際の被減数として見立てたときに易くなるため、繰り上がりがある1桁たし算での最少となる被加数2から始めた方がよい。

6) 加数分解、被加数分解を習得した後は最小値や答の小さい問題から次第に大きくする。

加数分解、被加数分解の学習後は、「被加数>加数」、「加数>被加数」の問題を混在させて、加数、被加数の大小に応じて易しい分解方法を選択すればよい。ただし、図1・7から分かるように、最小値9、答18についてはⅡ・3・1)の結果と異なり、例外的に易くなっている。この問題は9+9に限定され、同数の効果、加数・被加数分解の何れにおいても計算過程でのひき算は減数1という易しさ<sup>46)</sup>のためであろう。結果として、加数と被加数が6・7・8同士の組み合わせになる問題が最も難しくなっていることを配慮する必要がある。

#### IV. 現行教科書についての考察

表は2社による現行教科書に掲載されている1桁たし算の問題を提示順に並べたものである。「説明付」には解答に至る手順や手掛かり、考え方、答などの説明が付してある。「練習問題」では、問題だけが掲載されている。\*は文章題である。Ⅲを基準にその是非を考察する。

##### 1. 繰り上がりがない問題

1) 両社とも初出の問題は「3+2」で、加数2、被加数3の導入が早すぎる。

最も易しい加数1から始める方がよいと考える。上記の発達過程から、「全てを数える段階」にある子どもが存在すると予想されるため、被加数についてもより小さな数とすることが望ましい。また、上記の通り1桁たし算の学習初期では、たし算の意味である「追加、増加」、「合わせる」を理解することがねらいとなる。初めて出会うたし算であるからまずは意味理解を目指すのが後続の問題を解くために必然であり、その目的を優先するならそれ以外の要素である加数や被加数を大きくして計算を複雑、難しくすることによって意味理解の足を引っ張る必要はないであろう。

2) 両社とも加数1の問題を導入する時期が遅すぎる。

表 提示順に並べた教科書で扱っている問題

|         |         | A社   |      | B社   |      |
|---------|---------|------|------|------|------|
| 繰り上がりなし | 説明付     | 3+2  | 3+2  | 3+2  | 3+2  |
|         |         | 1+3  | 1+2  | 1+2  | 1+2  |
|         |         | 2+2  | 5+4  | 5+4  | 5+4  |
|         |         | 2+3  | 4+2  | 4+2  | 4+2  |
|         |         | 5+3  | 4+3  | 4+3  | 4+3  |
|         | 練習問題    | 4+2  | 5+3  | 5+3  | 5+3  |
|         |         | 3+5  | 6+2  | 6+2  | 6+2  |
|         |         | 4+5  | 2+4  | 2+4  | 2+4  |
|         |         | 2+1  | 3+4  | 3+4  | 3+4  |
|         |         | 3+1  | 3+1  | 3+1  | 3+1  |
| 1+4     |         | 1+2  | 1+2  | 1+2  |      |
| 5+2     |         | 3+2  | 3+2  | 3+2  |      |
| 7+2     |         | 1+4  | 1+4  | 1+4  |      |
| 8+1     |         | 5+4  | 5+4  | 5+4  |      |
| 4+4     |         | 3+5  | 3+5  | 3+5  |      |
| 説明付     | 2+4     | 7+2  | 7+2  | 7+2  |      |
|         | 1+7     | 2+6  | 2+6  | 2+6  |      |
|         | 7+3     | 4+4  | 4+4  | 4+4  |      |
|         | 9+1     | 8+1  | 8+1  | 8+1  |      |
|         | 4+6     | 2+8  | 2+8  | 2+8  |      |
|         | 6+3*    | 6+3  | 6+3  | 6+3  |      |
|         | 2+6*    | 7+1  | 7+1  | 7+1  |      |
|         | 2+1     | 3+4  | 3+4  | 3+4  |      |
|         | 3+0     | 1+9  | 1+9  | 1+9  |      |
|         | 0+1     | 4+6  | 4+6  | 4+6  |      |
| 練習問題    | 2+0     | 4+3* | 4+3* | 4+3* |      |
|         | 4+0     | 7+3* | 7+3* | 7+3* |      |
|         | 0+5     | 5+3  | 5+3  | 5+3  |      |
|         | 0+0     | 1+3  | 1+3  | 1+3  |      |
|         |         | 2+0  | 2+0  | 2+0  |      |
|         |         | 0+3  | 0+3  | 0+3  |      |
|         |         | 練習問題 | 1+3  | 1+3  |      |
|         |         | 2+0  | 2+0  | 2+0  |      |
|         |         | 0+0  | 0+0  | 0+0  |      |
|         | 繰り上がりあり | 説明付  | 9+3* | 説明付  | 9+4* |
| 9+4     |         |      | 9+3  | 9+3  | 9+3  |
| 7+9*    |         |      | 練習問題 | 9+5  | 9+5  |
| 7+8     |         |      | 9+6  | 9+6  | 9+6  |
| 練習問題    |         | 8+3  | 9+7  | 9+7  | 9+7  |
|         |         | 4+8  | 9+8  | 9+8  | 9+8  |
|         |         | 3+9  | 説明付  | 8+3  | 8+3  |
|         |         | 9+2  | 7+6  | 7+6  | 7+6  |
|         |         | 7+4  | 9+2  | 9+2  | 9+2  |
|         |         | 4+9  | 8+4  | 8+4  | 8+4  |
|         |         | 9+5  | 7+5  | 7+5  | 7+5  |
|         |         | 5+8  | 8+5  | 8+5  | 8+5  |
|         |         | 8+9  | 7+4  | 7+4  | 7+4  |
|         |         | 9+7  | 8+6  | 8+6  | 8+6  |
|         |         | 8+6  | 7+7  | 7+7  | 7+7  |
|         |         | 6+7  | 8+7  | 8+7  | 8+7  |
| 6+9     |         | 9+9  | 9+9  | 9+9  |      |
| 7+5     |         | 説明付  | 3+9  | 3+9  |      |
| 9+9     |         | 2+9  | 2+9  | 2+9  |      |
| 8+8     |         | 4+7  | 4+7  | 4+7  |      |
| 8+4*    | 3+8     | 3+8  | 3+8  |      |      |
| 7+6*    | 4+9     | 4+9  | 4+9  |      |      |
|         | 5+7     | 5+7  | 5+7  |      |      |
|         | 5+9     | 5+9  | 5+9  |      |      |
|         | 5+8     | 5+8  | 5+8  |      |      |
|         | 6+8     | 6+8  | 6+8  |      |      |
|         | 6+9     | 6+9  | 6+9  |      |      |
|         | 7+8*    | 7+8* | 7+8* |      |      |
|         | 6+7*    | 6+7* | 6+7* |      |      |

\* 文章題

両社とも練習問題で初めて加数1の問題を導入している。「説明付」問題での指導ではそれよりも難しい問題を提示し、ある程度慣れた子どもに最も易しい加数1の問題を何問も解答させるのは、数の大きさによる難易が配慮されていない。不慣れなうちに易しい加数を扱った方が子どもにとっては学習しやすいと考えるからである。

難しい問題を指導して子どもが理解すれば易しい問題は練習問題で自ら容易に解答できるという考えもあろう。しかし、そこには子どもの能力差への配慮がない。例えば、「+1」は正解できても「+3」で立ち往生する子どもも存在する<sup>47)</sup>。その結果、いきなり高次元の問題を提示されたために理解できず、その後は学習が進行しないまま時間経過だけを経験する子どもを生む可能性がある。スキナーによるプログラム学習の「スモール・ステップ」の原理を必要とするような能力の子どもにとっては、こうした粗いステップがつまづきの1要因となるであろう。

3) 両社とも「加数>被加数」の導入が早すぎる。

「被加数>加数」を1問実施しただけの不慣れな状況で急に「加数>被加数」を持ち込む必然性が理解できない。上記の通り加数を大きくする過程で徐々に「加数>被加数」を導入する方が難しさは緩やかに高まっていくため、シェイピングの原理からも子どもにとっては学習しやすいと考える。さらに、B社の場合は、その後5問連続で「被加数>加数」の問題に戻っている。新しい要素の一時的な提示は、混乱させることがあっても肯定的な意味があると説明できるであろうか。系統性が見られない提示の意図が理解できない。

4) 両社とも、繰り上がりが無い問題の答としては大きい6以上の数の導入が早すぎる。

被加数5という易しい要因がふくまれているものの、A社は5問目で答8、B社は3問目で答9の問題を提示しており、学習の早期に答の上限、あるいはその直前に至っている。答の大きい問題が難しいのは上記の通りである。答に限らず加数や被加数を急増するのではなく、徐々に大きくしていく方が難しさは緩やかに上昇するため子どもにとっては学習しやすいと考える。

5) 両社とも加数、被加数の増減に原理が見られず系統性が欠落している。

両社とも、加数や被加数に小さい数1、2、大きい数6~8が何問かおきに入れ替わり繰り返し

て登場する。数の使い方に一定の原理が見られない。

仮に、ある子どもがより難しい問題を学習の早期に正しく回答できたとして、その子どもにそれより易しい問題を提示する意味があるであろうか。まして学習の終盤近くにおいて最も易しい加数や被加数が1の問題を提示することに意味があるとは思えない。たし算のねらいである「計算が確実にできるようにする」<sup>48)</sup>ためであるとしても、加数や被加数を極端に増減させる必要性が理解できない。

6) 被加数、加数0の導入が最後部であるのは妥当である。

理由は上記の通りである。

## 2. 繰り上がりがある問題

1) 答10が繰り上がりのない問題の後部で扱われているのは妥当である。

繰り上がりのない問題で登場するが、実質は加数分解や被加数分解などの繰り上がり操作は必要とせず、教科書ではすでに10という2位数について意味の学習を終了しているため問題はないと考える。

2) 両社とも被加数9が初出なのは妥当である。

理由は上記の通りである。

3) 両社とも加数3・4の導入が早すぎる。

A社は $9+3$ 、B社は $9+4$ が初出問題である。繰り上がりの導入では、加数分解を学習する。実際に両教科書ともその学習で始まっている。加数分解の理解を円滑に進めるために、数の大きさによる難しさの悪影響を予防する意味でも、小さな加数から始める方が妥当であり、上記の通り最小値2から導入すべきと考える。

4) A社では「加数>被加数」(被加数分解)の導入が早すぎる。

加数分解の指導を2問終了後、練習問題を提示しないで即座に $7+9$ 、 $7+8$ の問題で被加数分解を指導する展開である。学習した計算操作が十分定着する前に別の操作を始めると混乱する原因になると考える。逆に、2問で定着するという仮説の上で被加数分解を導入したのであれば、その後練習問題を提示していることが矛盾する。練習問題でも最初から「加数>被加数」と「被加数>加数」の問題を混在させており、子どもが分解操作を十分に習熟する前に加数分解と被加数分解

の何れが望ましかを判断させることも混乱させることになりかねない。B社ではそのような傾向は見られず、加数分解の終了後に被加数分解へと展開している。

5) A社では「加数>被加数」(被加数分解)の導入時の問題が難しすぎる。

後藤<sup>49)</sup>によると繰り上がりのあるたし算では加数と被加数を6~8で組み合わせた問題が最も難しく、次はそれらに9を組み合わせた問題である。これらより、A社が被加数分解の指導に用いている問題7+9、7+8は最も難しい部類の問題であり、被加数分解の理解に悪影響を及ぼす可能性がある。被加数を小さくすべきと考える。B社ではそのような傾向は見られないが、3+9よりも2+9が最良と考える。

6) B社で使用している練習問題では、加数、被加数が徐々に増加しており妥当である。

「被加数>加数」問題では加数、「加数>被加数」問題では被加数が分解の対象となる。B社の練習問題では、何れにおいても小さい数から大きい数へと移行している。上記より、これは易しい問題から難しい問題への移行であり望ましい系列と考える。

## V. 課題

本研究では、上記の通り後続の学習に最も影響を与えると考えられる演算である1桁たし算を例に、系統的な教育課程を試案した。これだけに留まるのではなく、たし算の筆算を始め後続の演算についても同様の検討を行わなければ不十分である。また、本研究での提案を教育現場へ還元し、実際の指導で活用した結果を基に是非の検討、場合によっては修正を行うことも必要である。

## 引用文献

- 1) 吉田孝：総則 キーワードは「生きる力」と「教育基本法」, 小学校新教育課程の解説と授業づくりのアイデア, 吉田孝 編著, 12-17, 学事出版, 2008.
- 2) 吉田孝：前掲1), 16.
- 3) 文部科学省：小学校学習指導要領, 13, 東京書籍, 2008.
- 4) 工藤文三：ここがポイント新教育課程, ここがポ

イント!新教育課程をわかりやすく読む, 佐野金吾・西村佐二 編著, 6, ぎょうせい, 2008.

- 5) 工藤文三：前掲4), 6.
- 6) 中野博之：算数 思考力・表現力を育て活用する力をつける, 小学校新教育課程の解説と授業づくりのアイデア, 吉田孝 編著, 59, 学事出版, 2008.
- 7) 文部科学省：前掲3), 43.
- 8) 文部科学省：前掲3), 59.
- 9) 草野一紀：ここがポイント新教育課程, ここがポイント!新教育課程をわかりやすく読む, 佐野金吾・西村佐二 編著, 30, ぎょうせい, 2008.
- 10) 廣田敬一：小学校新教育課程の特色と配慮事項, ここがポイント!新教育課程をわかりやすく読む, 佐野金吾・西村佐二 編著, 148, ぎょうせい, 2008.
- 11) 中野博之：前掲7), 60.
- 12) 貝塚茂樹：教育課程とは何か, 学校教育とカリキュラム, 山田恵吾 他, 12, 文化書房博文社, 2003.
- 13) 新村出 編：広辞苑第六版, 岩波出版, 2008.
- 14) Gagnz, D. E. : The cognitive psychology of school learning. Scott, Foresman and Company, 1985.  
赤堀侃司・岸学 監訳：学習指導と認知心理学, 344-345, パーソナルメディア, 1989.
- 15) 後藤聡：整数四則演算の難易構造の検討、及び教材、教授支援システムの開発, 平成10~13年度科学研究費補助金基盤研究(c)(2)研究成果報告書, 4, 2005.
- 16) 後藤聡：前掲15), 6.
- 17) 後藤聡：一桁たし算の難易に影響を及ぼす要因の分析, 天使女子短期大学紀要, 10, 47-56, 1989.
- 18) 河井芳文・後藤聡：児童における一桁の足し算の難易の構造について, 東京学芸大学紀要第1部門教育科学, 38, 99-107, 1987.
- 19) 後藤聡：前掲17).
- 20) 後藤聡：前掲15), 7・9.
- 21) Groen, G. J., & Parkman, J. M. : A chronometric analysis of simple addition. Psychological Review, 79(4), 329-343, 1972.
- 22) Groen, G. J, & Resnick, L. B. : Can preschool children invent addition algorithms? Journal of Educational Psychology, 69(6), 645-652, 1977.
- 23) Svenson, O. : Analysis of time required by children for simple additions. Acta Psychologica, 39, 289-302, 1975.

- 24) 栗山和広・吉田甫：幼児の数表象の構造（数唱分析からの検討），心理学研究，59(5)，287-294，1988.
- 25) 後藤聡：前掲17).
- 26) 後藤聡：前掲15)，8-9.
- 27) 後藤聡：前掲15)，6.
- 28) Siegler, R. S., & Robinson, M. : The development of numerical understanding. In H. W. Reese, & L. P. Lipsett(Eds.), *Advances in child development and behavior* Vol.16. New York, Academic Press, 1982.
- 29) Krueger, L. E., & Hallford, E. W. : Why  $2+2=5$  looks so wrong (On the odd-even rule in sum verification). *Memory & Cognition*, 12, 171-180, 1984.
- 30) 文部科学省：小学校学習指導要領解説算数編，61，東洋館出版社，2008.
- 31) 日本数学教育学会 編著：新訂算数教育指導用語辞典，178，新数社，1992.
- 32) 後藤聡：心的ひき算の難易と数表象の構造，天使女子短期大学紀要，20，1-9，1999.
- 33) 文部科学省：前掲30)，59.
- 34) 河井芳文・後藤聡：前掲18).
- 35) 日本数学教育学会 編著：前掲32)，177.
- 36) 文部科学省：前掲30)，58.
- 37) 文部科学省：前掲30)，59.
- 38) 澤田利夫・岡本光司 監修：しょうがく さんすう1，31，教育出版，2010.
- 39) 杉山吉茂 他：新編 あたらしいさんすう1，33，東京書籍，2010.
- 40) 河井芳文・後藤聡：前掲18)
- 41) Wheeler, L. R. : A comparative study of the difficulty of the 100 addition combinations. *The Journal of Genetic Psychology*, 54, 295-312, 1939.
- 42) 澤田利夫・岡本光司 監修：前掲38)，71-72.
- 43) 杉山吉茂 他：前掲39)，67-70.
- 44) 後藤聡：前掲32).
- 45) Groen, G. J., & Parkman, J. M. : 前掲21).
- 46) 後藤聡：前掲32).
- 47) 河井芳文・後藤聡：前掲18).
- 48) 文部科学省：前掲30)，58.
- 49) 後藤聡：前掲15)，13.